**1. Pronóstico modelos ARIMA 1.**

En el archivo de excel denominado ISE se encuentra la serie mensual del índice de seguimiento a la economía (ISE) de Colombia desde enero de 2005 hasta enero de 2022 (tengan en cuenta que esta no es la misma serie utilizada en el taller

1). Estimen la primera diferencia del logaritmo natural del ISE y remplacen los outliers siguiendo el mismo procedimiento que llevaron a cabo en el taller 1. Ahora, usando la serie de la primera diferencia del logaritmo del ISE, con los datos de los outliers remplazados, asuman que esta serie sigue un proceso ARMA:

a. Estimen el componente cíclico y justifiquen su estimación con estadísticas y criterios de información del modelo estimado.

Para empezar a modelar la función generadora de datos del proceso del logaritmo del ISE diferenciado y suavizado (lo que sería equivalente al crecimiento suavizado), empezamos testeando si este era una serié estacionaria. Para esto, utilizamos una prueba de Dickey-Fuller con la cual pudimos rechazar la hipótesis nula de que la serie es una caminata aleatoria; ratificando, lo que se observa en la serie de tiempo y las gráficas de autocorrelación y autocorrelación parcial (ver figura 1) que reflejan un típico proceso estacionario.

Figura 1. Crecimiento del ISE suavizado

Imagen que contiene Gráfico

Descripción generada automáticamente

Fuente: elaboración propia

Seguido de esto realizamos una serié de modelaciones ARMA(P,Q) con diferentes niveles de combinaciones de rezagos de los residuales y la variable latente. Esto, con el fin de evaluarlos a través de los criterios de información AIC y BIC para así obtener el modelo más adecuado (ver figura 2). Como se puede apreciar, hay una diferencia bastante significativa de cual es el mejor modelo para cada uno de estos criterios de información, ya que el AIC propone un ARMA (2,4) y el BIC un ARMA (1,0). Para decidir el mejor, pasamos observar la figura 1 de nuevo, en esta se aprecia que el modelo que se acopla más sería el ARMA(0,1) o un MA(1). Esto último, debido a que la grafica de correlación tiene una clara caída en corte después del primer rezago y la de correlaciones parciales, aunque sutil, tiene una caída suavizada, típico de este proceso.

Figura 2. Crecimiento del ISE suavizado

Tabla

Descripción generada automáticamente

Fuente: elaboración propia

b. Construyan y grafiquen la serie de residuales. Justifique que se trata de ruido blanco.

Figura 3. Residuales

Interfaz de usuario gráfica, Gráfico, Gráfico de dispersión

Descripción generada automáticamente

Gráfico, Gráfico de dispersión

Descripción generada automáticamente

Al graficar los errores y sus autocorrelogramas, se puede intuir que los residuales siguen un proceso de ruido blanco, debido a que dichos errores no presentan autocorrelación ni correlación parcial entre ellos, es decir, los valores pasados no proveen información del valor futuro de estos. Esto, se ratifica con un test Ljung-Box test (ver figura 4)

Figura 4. Test Ljung-Box para los residuales

Tabla

Descripción generada automáticamente

Fuente: Elaboración propia

Ahora, si nos devolvemos a la figura 1 y al panel superior de la figura 3, se puede observar que los residuales parecieran presentar ciertos picos de volatilidad lo que da indicios que la serie no tiene una varianza constante. Al realizar los autocorrelogramas de los residuales al cuadrado a la vez que el test de Ljung-Box podemos observar que esta idea pareciese estar en lo correcto (ver figura 5).

Gráfico

Descripción generada automáticamenteFigura 5. Residuales al cuadrado y test Ljung-Box

Tabla

Descripción generada automáticamente con confianza media

Para mitigar esta volatilidad, realizamos un procedimiento semejante al de la selección del modelo ARMA pero para un modelo GARCH sobre el modelo ya estimado. Al realizar este procedimiento descubrimos que el modelo optimo tanto por el criterio de información AIC como el BIC era el GARCH (1,1). Al estimar este modelo con las dinámicas de varianzas podemos observar que los residuales al cuadrado ya no muestran ninguna autocorrelación (ver figura 6).

Figura 6. Residuales al cuadrado MA(1) GARCH(1,1)

Gráfico

Descripción generada automáticamente

Tabla

Descripción generada automáticamente

c. Documenten pruebas de normalidad y aquellas relevantes para justificarlos supuestos de su modelo.

Para comprobar si el logaritmo del diferencial del ISE se distribuye normal, se debe estudiar la distribución de los residuales ya que estos determinaran la distribución de la variable latente. Para esto apelamos a un test de Kolmogorov-Smirnov, en el cual la hipótesis nula es que la distribución de la serié de los residuales efectivamente es igual a una normal. Esto lo hace comparando el supremo de las diferencias de estas distribuciones y evaluando si es efectivamente estadísticamente igual a Cero. En nuestros resultados encontramos que efectivamente la hipótesis nula no sé rechaza y los residuales, una vez divididos por su varianza condicional distribuyen como una normal estándar, hecho que se puede ratificar al comparar la función de masa teórica de la normal estándar, con la de los residuales del modelo una vez se dividen con sus varianzas condicionales estimadas (ver figura 7).

Figura 7. Función de masa de los residuales dividido por varianza condicionalGráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

d. Construyan una gráfica en la que el eje x serán todos los meses del año 2021 y 2022, y en el eje Y se presentarán la primera diferencia del logaritmo natural del ISE (serie original sin ajustar por *outliers*) por cada mes observado. Además, deben incluir en el eje Y su pronóstico desde febrero de 2022 hasta diciembre de 2022.

Al realizar un pronóstico del diferencial del logaritmo del ISE, lo cual es aproximadamente el crecimiento del ISE, para el 2022 a partir de la función generadora de datos modelada anteriormente, se obtiene que durante el primer mes posterior se ve un nivel un poco más elevado que la media cero y rápidamente vuelve a su nivel estacionario, lo cual es caracterizado de un modelo MA(1). A su vez, se ve una reducción de los intervalos de confianza después del primer periodo, probamente convergiendo a los niveles incondicionales. Esto podría ser percibido como un error, pero al recordar que la varianza fue modelada con GARCH(1,1) se puede entender el comportamiento de esta. Al pensar que significa esto, representa una serie bastante ruidosa, en la cual el mejor pronostico que se podría generar después del periodo inmediato al último dato registrado es su esperanza incondicional, la cual es igual a cero.

Figura 8. Pronósticos de crecimiento ISE

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

e. Con sus estimaciones construyan el pronóstico de la variación anual del ISE para el año 20221, esta es una muy buena aproximación al crecimiento del PIB. ¿Cuál es su pronóstico del crecimiento para el año 2022? ¿En este momento, para el año 2022 el Ministerio de Hacienda proyecta un crecimiento de 5,0% y el Banco de la República 4,3%, al comparar este crecimiento con su proyección de la variación anual ustedes consideran que estas entidades están siendo pesimistas, optimistas o realistas?¿Dada la coyuntura actual creen que deberían incluir más insumos a su modelo de pronóstico?¿Su intuición como economistas les diría que el crecimiento de la economía debería ser tal cual lo proyectan, menor, mayor?¿comenten sobre los limites superior e inferior del crecimiento anual de 2021 y 2022 estimados?¿Identifican limitantes en los modelos ARMA desde el punto de vista empírico, cuáles?

Retomando lo mencionado en el punto anterior, es fácil ver como hay poco sentido económico en que el ISE, el cual es una serie con una correlación superior al 95% con el PIB, tenga un crecimiento promedio de 0. Lo que se debería entender es que, esta serie es tan volátil que el crecimiento esperado es 0 porque puede fluctuar respecto al eje X en una magnitud similar para arriba o para abajo. Dicho lo anterior, vale la pena ver que esta serie pareciera comportarse como una caminata aleatoria con deriva (ver figura 9).

Figura 9. Serié original del ISE

Gráfico, Gráfico de líneas, Gráfico de dispersión

Descripción generada automáticamente

Ahora, al ver como se comporta la varianza pronosticada de este modelo, el cual nos dicen que es un mucho mejor estimador del PIB, vemos que su valor es alrededor del 3% (ver figura 10). Comparando esta cifra con lo pronosticado por el Banco de la Republica (4.3%) y el Ministerio de Hacienda (5%), se ve que es muy inferior a este nivel. Es importante anotar que estas cifras fueron estimadas sobre la serie suavizada, al hacer este mismo ejercicio incluyendo los valores atípicos provenientes de los choques proporcionados por el Covid-19 y la cadena de eventos que le han seguido, se puede ver que la varianza del crecimiento mensual del ISE es una estimador más acorde con la opinión de estas entidades.

Figura 10. Varianza ISE de serie suavizada

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Figura 11. Varianza ISE de serie original

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Ahora al pensar en el modelo y coyuntura actual en medio de periodos de incertidumbre por tensiones políticas no vistas en décadas, es difícil pensar que el crecimiento del PIB será como el se proyectaba al principio del año, en donde los pronósticos oscilaban entre 4.5% y 5.5%. Esto, principalmente por el recurrente problema de inflación, el cual posiblemente se magnificará con las sanciones implementadas sobre Rusia; conllevando a una agresiva política de contracción por parte del Banco de la Republica como la que se hizo en marzo donde la tasa de interés subió 100 pbs. Aun así, los pronósticos sobre el PIB siguen siendo bastante optimistas, de hecho, los mencionados anteriormente por el Banco de la Republica y Ministerio de Hacienda fueron reportados a principios de marzo donde estos eventos. Esto siendo respaldado en gran medida (en nuestra opinión), de lo que pudiera ser un boom de *commodities*, el cual beneficiaria ampliamente a una economía como la colombiana. Por lo cual, no descartaría la continuación de la recuperación económica a su nivel potencial, llevando a un incremento cerca del 4-5%, pero pensaría que este pronóstico tiene un fuerte riesgo a la baja.

En el 2021 se ve una serie bastante estable, pero se ve una gran variación la cual genera un valor mínimo de cerca de -6% seguido de un valor máximo de cerca de 8%. Dichas fluctuaciones son provenientes del fuerte golpe a la economía que se dieron en medio de las protestas que se dieron en mayo del 2021, seguido de una fuerte recuperación al retomar la senda expansiva que se estaba viendo previamente ese año. Esta volatilidad tan fuerte, refleja el comportamiento de esta serie y el porque la función generadora de momentos tiene una “memoria” tan corta. Por el lado del 2022 el mínimo refleja la típica caída del ISE en enero frente a diciembre dada la fuerte estacionariedad del ciclo colombiano, esto seguido por el máximo de la serie de los valores de pronóstico punto. En línea con lo que estaba mencionando anteriormente, el modelo tiene una memoria muy corta y al ser un modelo de media móvil, retorna a la media (cero en este caso) justo después de la dinámica recién descrita. Por el lado de los intervalos de confianza y su volatilidad, estos parecieran estar en niveles semejantes a lo que sería el PIB potencial, de nuevo esto cobra sentido al este modelo tener una memoria corta y volver a su nivel estacionario rápidamente.

Finalmente, los modelos ARMA tienen una serie de ventajas, incluyendo que pueden llegar a ser muy flexibles. Dicho esto, hay dos grandes problemas que en estos modelos no sé incluyen, la primera es que en estos no se incluyen cambios estructurales en la serie, haciendo que las dinámicas de autocorrelación y nivel estacionario de los últimos periodos sean diferentes a la de toda la serie en promedio, haciendo un estimador de los valores futuros sesgados. Otro limitación es que aunque se pudieran incluir más variables explicativas, estos modelos no permiten explicar cómo estas variables coevolucionan en el tiempo (posibles causalidades de granger), lo que limita la precisión o flexibilidad de los pronósticos de la variable latente dados un choque sobre una variable que correlacionada con esta.